Estadística para Tod@s: Adaptación a la Diversidad Funcional

Teoría de la Probabilidad: Introducción a la Probabilidad

Universidad Pablo de Olavide

Área de Estadística e IO

Autoras:

Nieves Aquino Llinares

Mª del Pilar Moreno Navarro

UNIVERSIDAD PABLO DE OLAVIDE

OCTUBRE DE 2022

ISBN: 978-84-09-44463-2

Introducción

Esta publicación forma parte de un proyecto más ambicioso que se denomina ***Estadística para tod@s: adaptación a la diversidad funcional*** y a través del cual las autoras, conscientes de la falta de material específico en estadística adaptado a diversas discapacidades, quieren poner su granito de arena para alcanzar una universidad más inclusiva, con la realización de píldoras formativas y publicaciones de apoyo al estudio accesibles a diversas discapacidades.

En concreto este anexo es un complemento al vídeo formativo **"Introducción a la Probabilidad",** adaptado a personas con discapacidad auditiva. El azar está presente en muchos aspectos de la vida cotidiana como es la meteorología, los diagnósticos médicos, los análisis de riesgos en los seguros, etc. La teoría de la probabilidad ayuda a calcular ciertos números a sucesos o resultados que pueden darse en los experimentos aleatorios con el fin de determinar si un suceso es más probable que otro.
Además, para personas con discapacidad visual esta píldora docente cuenta con material de apoyo en soporte informatizado Edico disponible en el Servicio bibliográfico de ONCE.

La cápsula docente puede visualizarse en el siguiente enlace:

Cápsula formativa: Introducción a la Probabilidad

1ª DIAPOSITIVA **Minuto: 00:10**

Bienvenidos a la serie "Estadística para tod@s: adaptación a la diversidad funcional", cuyas autoras son Nieves Aquino Llinares y Mª del Pilar Moreno Navarro, profesoras del área de Estadística e Investigación Operativa de la Universidad Pablo de Olavide. Su objetivo es hacer una Universidad más inclusiva con la creación de píldoras formativas de material estadístico adaptadas a diversas discapacidades.

2ª DIAPOSITIVA **Minuto: 00:37**

Concretamente, en este vídeo hablaremos sobre conceptos básicos de la teoría de la probabilidad.

3ª DIAPOSITIVA **Minuto: 00:45**

Definiremos un experimento aleatorio, la función de probabilidad, cómo calcular probabilidades condicionadas y detallaremos la regla de Laplace y el principio de la multiplicación y de la adición.

4ª DIAPOSITIVA **Minuto: 00:58**

Para el cálculo de probabilidades vamos a trabajar con los resultados de un experimento aleatorio que no es más que un experimento en el que se conocen todos los posibles resultados de antemano y puede repetirse en las mismas condiciones una y otra vez.

5ª DIAPOSITIVA **Minuto: 01:14**

Además, debe cumplir que realizándose bajo las mismas condiciones el resultado obtenido puede ser diferente y no es posible predecir su resultado antes de su realización.

Como ejemplo de experimento aleatorio sencillo tenemos el lanzamiento de una moneda, cuyos resultados son siempre que salga cara o cruz. Este experimento puede repetirse una y otra vez y salir resultados diferentes, cara o cruz, pero no se conocerá nunca de antemano el resultado si no hemos lanzado la moneda.

Otro ejemplo típico de experimento aleatorio es el lanzamiento de un dado en el juego parchís.

6ª DIAPOSITIVA **Minuto: 01:53**

Al conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio se le denomina Espacio Muestral.

En el ejemplo anterior, el espacio muestral de "lanzar una moneda" sería cara o cruz y si hablamos del experimento aleatorio "lanzar un dado" observamos que el espacio muestral sería el conjunto formado por los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

Denotaremos al espacio muestral con la letra E.

7ª DIAPOSITIVA **Minuto: 02:24**

Definimos un Suceso a cualquier resultado, elemento o subconjunto del espacio muestral.

En el ejemplo del dado un suceso será "que salga 5", siendo este tipo de sucesos un suceso elemental porque contiene un único elemento, el número 5. Sin embargo, también puede ser un suceso el resultado "que salga par", es decir, que salga el 2, 4 o 6 y en este caso el suceso se dirá que es compuesto porque contiene más de un elemento.

Definimos un suceso seguro como aquel formado por todos los elementos o resultados que forman parte del espacio muestral, es decir, el espacio muestral es un suceso que se llama suceso seguro. De esta forma el suceso seguro siempre ocurrirá.

Definimos un suceso imposible como aquel que no puede ocurrir nunca y lo identificaremos con un círculo tachado **Ø**, que en matemáticas simboliza el conjunto vacío.

8ª DIAPOSITIVA **Minuto: 03:25**

Si definimos un suceso A, identificamos el suceso complementario, opuesto o contrario de A a otro suceso formado por todos los resultados o elementos del espacio muestral que no están en **A**. A este suceso se le denota con el mismo nombre de su contrario, pero con una rayita arriba, es decir, el contrario de **A** es **A rayita** ($\bar{A}$).

Definimos el suceso unión de los sucesos A y B como aquel suceso formado por todos los elementos, comunes y no comunes que se encuentran en los sucesos A y B. Se identifica con una U mayúscula entre A y B y se lee A unión B

Por último, definimos el suceso A intersección B al suceso formado solamente por los elementos comunes en A y en B. Su símbolo es una U mayúscula invertida (∩) entre A y B y se lee A intersección B.

9ª DIAPOSITIVA **Minuto: 04:23**

El suceso diferencia, A menos B, se encuentra formado por todos los resultados del suceso A que no forman parte del suceso B.

Y, por último, los sucesos A y B se dirán incompatibles, disjuntos o mutuamente excluyentes cuando el suceso A intersección B es el conjunto vacío, es decir, A y B no tienen ningún resultado o elemento en común. O lo que es lo mismo, si ocurre A no puede ocurrir B y de igual forma si ocurre B no es posible que ocurra A.

10ª DIAPOSITIVA **Minuto: 04:57**

A continuación, vamos a repasar los conceptos estudiados con simples ejemplos.

En el ejemplo 1 estudiamos el género de los descendientes de las parejas que tienen 3 hijos o hijas. El espacio muestral estará compuesto por todas las variaciones posibles que pueden suceder, como por ejemplo que el primer descendiente sea un niño, luego otro niño y por último una niña. Si identificamos tener un niño con H y tener una niña con M el espacio muestral estará formado por los siguientes sucesos elementales o simples:

HHH,HHM,HMH,MHH,MMH,MHM,HMM,MMM

Si queremos identificar el suceso A determinado porque el primer descendiente sea una niña, entonces A será compuesto y estará formado por **M**HH, **M**MH, **M**HM, **M**MM.
Si el suceso compuesto B está definido por aquellos casos en los que los 2 hijos pequeños sean chicos, entonces B estará compuesto por los sucesos HHH y MHH.

11ª DIAPOSITIVA **Minuto: 06:13**

Trabajando con estos sucesos A y B podríamos preguntarnos ¿qué resultados están contenidos en el suceso A complementario? Pues si en A están todos los casos en los que el primer descendiente es una chica, en el suceso A complementario, $\bar{\mathbf{A}}$, estarán todos los casos en los que el primer descendiente de las familias es un chico. Es decir,

$\bar{\mathbf{A}}$ = {**H**HH,**H**HM,**H**MH,**H**MM}

El suceso A unión B estará formado por todos los casos contenidos en A y todos los casos contenidos en B.

AUB = {HHH,MHH,MMH,MHM,MMM}

Si queremos definir el suceso A intersección B, tendremos que tomar solamente los elementos que son comunes y que están en los dos conjuntos a la vez. En este caso, el suceso A intersección B solo contendrá al elemento MHH. Como el suceso intersección tiene uno o más elementos, es decir, no es el conjunto vacío, entonces diremos que A y B son “compatibles” o “no disjuntos”.

Cuando calculamos los elementos contenidos en el suceso B menos A, o lo que es lo mismo, “solo ocurre B” tendremos que fijarnos en aquellos elementos que solo están contenidos en B y no en A. En este caso, dicho conjunto solo contendría al elemento HHH.

12ª DIAPOSITIVA **Minuto: 07:53**

Otro ejemplo clásico de experimento aleatorio es lanzar un dado y anotar el resultado y luego lanzar otro dado y anotar el número obtenido, teniendo así muy en cuenta el orden de los números resultantes pues (1,6) será diferente al resultado (6,1).

En este caso el espacio muestral estaría compuesto por los 36 pares (i, j) tomando i y j los valores 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

E={(i, j): i,j=1,…,6}=

{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6),

(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6),

(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6),

(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6),

(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6),

(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}

13ª DIAPOSITIVA **Minuto: 08:28**

Describimos el suceso **A** como aquellos resultados cuya suma da un cuadrado perfecto, es decir, la suma de los dos números obtenidos en los lanzamientos de los dados da un número que es el resultado de elevar un número natural al cuadrado. Por ejemplo, el elemento (1, 3) es aquel que se obtiene cuando en el primer dado sale un 1 y en el segundo dado sale un 3. La suma de 1 y 3 es 4 que es el resultado de elevar 2 al cuadrado. El elemento (3, 6) suma 9, que puede obtenerse como el cuadrado de 3. Nótese que esto no ocurre con el resultado (1,1) cuya suma es 2 y no hay ningún número natural que al elevarlo al cuadrado nos de 2 como resultado. En este caso el resultado (1, 1) no estará contenido en A.

Por otro lado, si el suceso B es el conjunto de resultados cuya suma es múltiplo de 4, entonces incluirá a resultados del experimento como (2,6), (3,5) o (6, 2) pues su suma es 8 que es múltiplo de 4.

14ª DIAPOSITIVA **Minuto: 09:47**

De esta forma, los elementos que forman A son:

A = {(1,3),(2,2),(3,1),(3,6),(4,5),(5,4),(6,3)}

Así, los elementos contenidos en B son los siguientes:

B = {(1,3),(2,2),(2,6),(3,1),(3,5),(4,4),(5,3),(6,2),(6,6)}

Hay que resaltar que los sucesos (1,3), (2,2) y (3,1) tienen la doble condición de que la suma es un cuadrado perfecto y además la suma es múltiplo de 4, por lo que estos 3 elementos son comunes en A y en B, es decir, pertenece al suceso A intersección B.

15ª DIAPOSITIVA **Minuto: 10:39**

Se define el suceso A unión B como aquel conjunto que cuenta con todos los elementos de A y de B, es decir, los que cumplen alguna o las dos condiciones especificadas en A y en B, que la suma sea un cuadrado perfecto o múltiplo de 4.

Unión=AUB={(1,3),(2,2),(2,6),(3,1),(3,5),(3,6),(4,4),(4,5),(5,3),(5,4),(6,2),(6,3),(6,6)}

16ª DIAPOSITIVA **Minuto: 11:24**

Se define el suceso A intersección B como aquel conjunto que cuenta con todos los elementos que cumplen las dos condiciones especificadas en A y en B, que la suma sea un cuadrado perfecto y que además sea múltiplo de 4.

Como ya adelantamos antes, el suceso A intersección B solamente tiene 3 elementos comunes:

Intersección= A∩B = {(1,3),(2,2),(3,1)}

Además, como no es el conjunto vacío, los sucesos A y B son compatibles.

17ª DIAPOSITIVA **Minuto: 11:55**

Cuando queremos determinar el suceso complementario o contrario de B, $\overline{\mathbf{B}}$**,** hay que considerar todos los posibles resultados del espacio muestral y eliminar los que están contenidos en B. Esto hace que el suceso B contrario contenga 27 elementos

$\bar{\mathbf{B}}$={(1,1),(1,2),(1,4),(1,5),(1,6),(2,1),(2,3),(2,4),(2,5),(3,2),(3,3),(3,4),(3,6),(4,1),(4,2),(4,3),(4,5),(4,6),(5,1),(5,2),(5,4),(5,5),(5,6),(6,1),(6,3),(6,4),(6,5)}

Cuando definimos el suceso “solo ocurre A” o lo que es lo mismo, A menos B, entonces solo estamos considerando aquellos elementos que están contenidos en A y no están en B. De esta forma el suceso “solo ocurre A” está formado por los resultados (3,6),(4,5),(5,4),(6,3).

“**Solo ocurre A**” = A-B = {(3,6),(4,5),(5,4),(6,3)}

18ª DIAPOSITIVA **Minuto: 12:39**

Una vez definido un experimento aleatorio y trabajado con los sucesos y sus operaciones, debemos definir la función de probabilidad, denotada por P.

La función de probabilidad es una función que a cualquier conjunto de resultados del espacio muestral le asigna un número de la recta real, pero verificando que:

1.- El número asignado está siempre entre 0 y 1, ambos inclusive, es decir,

$0 \leq P(A) \leq 1$ para cualquier suceso A.

2.- El número asignado al suceso espacio muestral es 1. P(E)=1.

3.- Si tenemos dos sucesos A y B incompatibles o disjuntos, es decir, su intersección es el conjunto vacío, no tienen elementos en común, entonces la probabilidad del suceso A unión B es la suma de las probabilidades de A y de B.

Si $A \cap B = \emptyset$, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Como ejemplo podríamos considerar el experimento de lanzar una moneda y observar si sale cara o cruz. En este caso, la probabilidad de que salga cara sería 0,5.

19ª DIAPOSITIVA **Minuto: 13:51**

La función de probabilidad tiene las siguientes propiedades, que hay que tener en cuenta a la hora de calcular las probabilidades de sucesos compuestos u operaciones con sucesos. Estas son las siguientes:

- La probabilidad del suceso contrario de A es igual a 1 menos la probabilidad de A

  $P(\overline{A})=1-P(A)$

- La probabilidad del conjunto vacío es 0.

  $P(\emptyset)=0$

- La probabilidad de la unión de dos sucesos A y B es igual a la suma de las probabilidades de A y B menos la probabilidad del suceso intersección.

  $P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$

- Si tenemos varios sucesos que son disjuntos o incompatibles 2 a 2 entonces la probabilidad de la unión de todos ellos es igual a la suma de las probabilidades de los sucesos considerados.

  Si $A_1,...,A_k$ son disjuntos 2 a 2, $P(A_1 \cup \ldots \cup A_k)=P(A_1)+...+P(A_k)$

- Si el espacio muestral es finito y el suceso A es un suceso compuesto por k sucesos elementales, entonces, la probabilidad de A es la suma de las probabilidades de los k sucesos elementales.

  Si E es finito y $A=\{x_1,...,x_k\}$ un suceso, $P(A)=P(x_1)+...+P(x_k)$

20ª DIAPOSITIVA **Minuto: 14:57**

Junto con estas propiedades, las leyes de Morgan también nos ayudan a calcular probabilidades de sucesos algo más complejos a través de las probabilidades conocidas.

La primera ley es que la probabilidad de la unión de los sucesos contrarios de A y de B coincide con la probabilidad del suceso contrario de A intersección B, y esto no es más que 1 menos la probabilidad de la intersección de A y B.

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$$

La segunda ley de Morgan nos dice que, si queremos calcular la probabilidad de la intersección entre el suceso A contrario y el suceso B contrario, esta probabilidad es igual a la probabilidad del contrario de A unión B, que no es más que 1 menos la probabilidad de la unión entre A y B.

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$

21ª DIAPOSITIVA **Minuto: 15:48**

Practiquemos lo aprendido con el ejemplo siguiente:

Un estudiante se prepara solo 15 temas para un examen, que consta de 25 temas en total y de los cuales se eligen 2 al azar, uno de los cuales tiene que desarrollar. Con esta información, calcula la probabilidad de que el estudiante se sepa al menos uno de los dos temas elegidos, es decir, se sepa 1 o los 2 temas elegidos.

Para el cálculo de la probabilidad del suceso A=P(conoce al menos 1 tema) aplicamos la propiedad del contrario. $P(\bar{A})$=P(no conoce ninguno de los 2 temas) pues esta probabilidad sí es conocida. De esta forma, calculamos la probabilidad de A como:

P(A)=1-$P(\bar{A})$=1-($\frac{10}{25}\frac{9}{24}$)=$\frac{17}{20}$

Aclaramos que la probabilidad de no conocer ningún tema es $\frac{10}{25}\frac{9}{24}$ debido a que como conoce 15 de 25, esto implica que **no conoce** 10 de 25. Como son dos temas los que salen al azar, “no conocer ninguno” sería 10 sobre 25 por los 9 restantes sobre los 24 restantes habiendo eliminado ya el tema primero que no sabía.

22ª DIAPOSITIVA **Minuto: 17:27**

Practiquemos aún más con otro ejemplo.

En este caso conocemos que el 60% de los estudiantes de una clase practica fútbol o el baloncesto. Este "o" es importante pues indica que el 60% practica uno de los dos deportes o los dos deportes a la vez. Además, se conoce que el 10% practica **ambos deportes**, fútbol "y" baloncesto, y que el 60% **no practica fútbol**.

Estas probabilidades pueden expresarse matemáticamente como:

$\mathrm{P}(\mathrm{F} \cup \mathrm{B}) = 0{,}6$; $\mathrm{P}(\mathrm{F} \cap \mathrm{B}) = 0{,}1$; $\mathrm{P}(\overline{\mathrm{F}}) = 0{,}6$

haciendo un cambio de escala de porcentajes a valores entre 0 y 1, pues son los que toma la función de probabilidad.

Si nuestro interés es calcular la probabilidad de que un estudiante de la clase practique fútbol, podremos aplicar la propiedad del complementario pues sabemos que el 60% no practica fútbol. Así pues, la probabilidad de practicar fútbol será igual a:

$$P(F) = 1 - \mathrm{P}(\overline{\mathrm{F}}) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$$

23ª DIAPOSITIVA **Minuto: 18:58**

Si nuestro interés es calcular la probabilidad de practicar baloncesto tendremos que utilizar la probabilidad de la unión de sucesos:

$$\mathrm{P}(\mathrm{F} \cup \mathrm{B}) = \mathrm{P}(\mathrm{F}) + P(B) - \mathrm{P}(\mathrm{F} \cap \mathrm{B})$$

Pues de esta fórmula conocemos todo menos P(B).

Si sustituimos las probabilidades conocidas tenemos que:

$0{,}6 = 0{,}4 + \mathrm{P}(\mathrm{B}) - 0{,}1$ y si despejamos la probabilidad de practicar baloncesto nos queda el resultado de 0,3 pues $P(B) = 0{,}6 - 0{,}4 + 0{,}1 = 0{,}3$

24ª DIAPOSITIVA **Minuto: 19:49**

Aplicando las propiedades de la probabilidad y las leyes de Morgan antes vistas, podemos calcular la probabilidad a sucesos más complejos.

Por ejemplo, si queremos conocer la probabilidad de practicar “solo fútbol”, podemos restar a los que sabemos que practican fútbol los estudiantes que practican conjuntamente fútbol y baloncesto. De esta forma, solo nos quedarán los estudiantes que practican “solo fútbol”. Es decir,

$$P(F \cap \overline{B}) = P(F) - P(F \cap B) = 0{,}4 - 0{,}1 = 0{,}3$$

De igual forma, la probabilidad de practicar “solo” baloncesto será igual a la probabilidad:

$$P(B \cap \overline{F}) = P(B) - P(F \cap B) = 0{,}3 - 0{,}1 = 0{,}2$$

Si lo que nos interesa es saber la probabilidad de practicar “solo” uno de los dos deportes, entonces bastará con sumar las probabilidades antes calculadas de practicar solo fútbol y solo baloncesto. Es decir,

$$P(F \cap \overline{B}) + P(B \cap \overline{F}) = 0{,}3 + 0{,}2 = 0{,}5$$

Con las leyes de Morgan podemos calcular fácilmente la probabilidad de no practicar ninguno de los dos deportes, pues la probabilidad de la intersección de los sucesos “no practicar fútbol” y “no practicar baloncesto” será igual a la probabilidad del suceso contrario de la unión de practicar alguno de los dos y dicha probabilidad es igual a 1 menos la probabilidad de la unión de los sucesos “practicar fútbol” y “practicar baloncesto”. De esta forma, no practicar ninguno de los dos deportes, se da con una probabilidad de 0,4.

$$P(\overline{F} \cap \overline{B}) = P(\overline{F \cup B}) = 1 - P(F \cup B) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$$

25ª DIAPOSITIVA **Minuto: 22:12**

En esta ocasión queremos conocer la probabilidad de un suceso A conocido de antemano que ya ha ocurrido un suceso B. A esta probabilidad se le llama Probabilidad Condicionada y se calcula como el cociente entre la probabilidad de la intersección entre A y B y la probabilidad del suceso conocido de antemano, probabilidad de B.

Al final conocer la probabilidad de que suceda A, sabiendo que ha sucedido B es hallar la proporción de los sucesos de A que también están en B teniendo como nuevo espacio muestral todos los sucesos de B.

La probabilidad condicionada se denota como P(A/B) y es igual a:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

26ª DIAPOSITIVA **Minuto: 23:09**

Sabremos que A y B son **sucesos independientes** cuando la probabilidad de A condicionada a que se conoce que ha sucedido B es igual a la probabilidad de A. Es decir, A y B son independientes pues conocido que ha sucedido B no afecta en absoluto a la probabilidad de A.

$$P(A|B) = P(A) \leftrightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A)$$

Despejando la probabilidad de la intersección tenemos que, cuando A y B son independientes:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

De forma análoga, al ser A y B sucesos independientes, la probabilidad del suceso B condicionada a que ha sucedido con antelación A será igual a la probabilidad de B. Que haya ocurrido A no condiciona la probabilidad de B, al ser independientes. En este caso la probabilidad de B condicionada a A

$$P(B|A) = P(B) \leftrightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = P(B)$$

Por lo que la probabilidad de A intersección B será igual a:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

Es muy importante no confundir los conceptos de independencia e incompatibilidad, pues pueden ser independientes y compatibles, por ejemplo. Si son incompatibles, no tienen elementos en común y por tanto la probabilidad de su intersección es 0, y si son independientes la probabilidad de uno de los sucesos no se ve afectada porque se conozca que ha sucedido el otro.

27ª DIAPOSITIVA **Minuto: 25:12**

Para afianzar los conceptos vistos hasta ahora vamos a trabajar con el siguiente ejemplo:

Se consideran 2 sucesos A y B siendo la probabilidad de A 0,7 y la probabilidad de B 0,6. Asimismo, se conoce que la probabilidad de la unión del suceso contrario de A y el suceso contrario de B es igual a 0,58. Con esta información, ¿podemos considerar que A y B son independientes?

Para ver si A y B son independientes debemos comprobar si la probabilidad de la intersección entre A y B coincide con el producto de las probabilidades de A y B.

Por ello, lo primero que calculamos es la probabilidad de la intersección de A y B y ello se calcula aplicando las leyes de Morgan.

Conocido que la probabilidad de la unión del suceso contrario de A y el contrario de B es igual a 0,58 y que la probabilidad de la unión de los sucesos contrarios, $\mathrm{P}(\bar{A} \cup \bar{B})$, es igual a la probabilidad del suceso contrario de la intersección entre A y B, $\mathrm{P}(\overline{A \cap B})$, podemos calcular la probabilidad de la intersección entre A y B despejando:

$1 - \mathrm{P}(A \cap B)$=0,58, por lo que la probabilidad buscada es 1-0,58=0,42

Si $\mathrm{P}(A \cap B)$ es 0,42, para ver si los sucesos A y B son independientes entonces 0,42 debe coincidir con el producto de las probabilidades de A y de B.

En este sentido, como P(A)P(B)=0,7*0,6=0,42 y coincide con la probabilidad de la intersección, quiere decir que A y B son independientes.

Si lo que nos interesa es calcular la probabilidad de A unión B entonces utilizamos la propiedad siguiente:

$$\mathrm{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)} = 0{,}7 + 0{,}6 - 0{,}42 = 0{,}88$$

28ª DIAPOSITIVA **Minuto: 27:22**

En el ejemplo siguiente no se conocen las probabilidades de A y de B, pero sí sabemos que la probabilidad de A condicionada a que se ha dado B es ¼ y que la probabilidad de B condicionada a que se ha dado A es 1/3. Además, se conoce que la probabilidad de la unión entre A y B es igual a ¾.

$P(A|B) = \frac{1}{4}$, $P(B|A) = \frac{1}{3}$ y $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$

Con esta información estamos interesados en calcular la probabilidad P(A) y para ello utilizaremos las probabilidades condicionadas.

Si la probabilidad condicionada de A sabiendo B es ¼ y según la fórmula antes vista de la probabilidad condicionada

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{4}$, podemos despejar la probabilidad de la intersección que será $P(A \cap B) = \frac{P(B)}{4}$

De igual forma, como

$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{3}$, podemos despejar la probabilidad de la intersección que será $P(A \cap B) = \frac{P(A)}{3}$

Si igualamos las dos probabilidades de la intersección tenemos que

$\frac{P(B)}{4} = \frac{P(A)}{3}$ y si despejamos P(B) obtenemos que $P(B) = \frac{4P(A)}{3}$

29ª DIAPOSITIVA Minuto: 28:55

Si utilizamos la propiedad de que la probabilidad de la unión de 2 sucesos es la suma de las probabilidades de dichos sucesos menos la de su intersección y vamos sustituyendo todo lo que conocemos, se tiene que:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) => \frac{3}{4} = P(A) + \frac{4P(A)}{3} - \frac{P(A)}{3}$$

Por lo que despejando P(A) se concluye que toma el valor 3/8.

30ª DIAPOSITIVA Minuto: 29:28

Con toda la información anterior ¿podemos saber si A y B son independientes?

Para que sean independientes se tiene que cumplir que la probabilidad de la intersección sea igual al producto de las probabilidades de A y B. Conocemos que P(A)=3/8, pero no sabemos qué valor toma P(B).

Como antes pudimos conocer que $P(B) = \frac{4P(A)}{3}$ y sabemos que P(A)=3/8, podemos concluir que la probabilidad de B es igual a ½:

$$P(B) = \frac{4P(A)}{3} = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{2}$$

Esto hace que P(A)P(B)=3/8*1/2=3/16

Los sucesos A y B serán independientes si la probabilidad de la intersección coincide con 3/16. En caso contrario, serán dependientes.

Calculemos entonces la probabilidad de la intersección sabiendo por cálculos anteriores que es igual a: $P(A \cap B) = \frac{P(A)}{3}$ por lo que la probabilidad de A intersección B será igual a el valor $P(A \cap B) = \frac{3/8}{3} = 1/8$

Como $\frac{1}{8} \neq \frac{3}{16}$ podemos decir que no son independientes pues:

$$P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$$

31ª DIAPOSITIVA **Minuto: 31:03**

Una regla para calcular probabilidades es la Regla de Laplace, que calcula la probabilidad de un suceso A mediante el cociente entre casos favorables, número de elementos de A, y casos posibles, número de elementos totales en el espacio muestral. Para poder aplicar la regla, el espacio muestral del experimento que estamos considerando debe ser finito y además todos los resultados deben ser equiprobables, es decir, se den con la misma probabilidad.

Un ejemplo típico para aplicar la regla de Laplace es el cálculo de probabilidades del número que sale al lanzar un dado. El espacio muestral es finito, 6 elementos, y la probabilidad de que salga el 5 es igual a la de que salga un 2 o un 6. Todos los números son equiprobables con probabilidad 1/6.

Un caso favorable, que salga 1, número dividido entre los 6 casos posibles.

32ª DIAPOSITIVA **Minuto: 32:01**

Siguiendo con el ejemplo del lanzamiento de un dado, experimento aleatorio con espacio muestral finito, de 1 al 6, queremos conocer la probabilidad de que salga “un múltiplo de 3”. En este caso, solo cumplen la condición los números 3 y 6, por lo que el suceso A estará compuesto de los elementos 3 y 6.

Con la ayuda de la Regla de Laplace calculamos de forma sencilla la P(A), pues los casos favorables son 2: {3,6} y los casos posibles son 6: {1,2,3,4,5,6} y así:

P(A)=2/6=1/3

33ª DIAPOSITIVA **Minuto: 32:38**

En el siguiente ejemplo queremos calcular la probabilidad de que una pareja que va a tener en el futuro 2 descendientes, estos sean del mismo género. Aplicando la regla de Laplace y sabiendo que los elementos posibles incluidos en el espacio muestral: hombre-hombre, hombre-mujer, mujer-hombre y mujer-mujer, se tiene que:

P(A)=P(tener 2 descendientes del mismo género)=2/4 o lo que es lo mismo, 0’5.

34ª DIAPOSITIVA **Minuto: 33:10**

Saber el número de elementos del espacio muestral del experimento “lanzar una moneda” es fácil, pero hay ocasiones en las que calcular dicho número, los casos posibles, es bastante más complejo. Para ello nos ayuda el principio de la multiplicación y el de la adición.

El principio de la multiplicación o del producto establece que si un evento A puede realizarse de **m formas** y luego otro evento B puede realizarse de **n formas** diferentes, entonces el total de formas en las que pueden suceder A y B es igual a m x n.

Hay que resaltar que y indica multiplicación y que ambos eventos se realizan primero uno y luego el otro.

35ª DIAPOSITIVA **Minuto: 33:56**

Veamos un caso concreto en el que la regla de la multiplicación nos ayuda a calcular los casos posibles o lo que es lo mismo, el número de casos que hay en el espacio muestral de un experimento aleatorio.

En el siguiente ejemplo tenemos a una persona que tiene en su armario 4 camisas y 3 pantalones de diferente textura. ¿Cuántas formas diferentes tiene para vestirse? Como se pone una prenda y luego la otra multiplicamos todas las opciones, 4 x 3 =12 opciones diferentes.

36ª DIAPOSITIVA **Minuto: 34:31**

Veamos otro ejemplo. ¿Qué número de elementos hay en el experimento aleatorio consistente en lanzar un dado y luego otro? Como el dado tiene 6 posibilidades y el otro dado tienen otras 6, el espacio muestral estará compuesto por 6 x 6 = 36 posibles resultados.

37ª DIAPOSITIVA **Minuto: 34:52**

Ahora pasamos a explicar el principio de la adición. Cuando tenemos dos eventos A y B, el primero con m maneras diferentes de suceder y el segundo con n maneras distintas, pero si ocurre A no puede ocurrir B de ninguna manera, entonces para poder calcular el número de sucesos contenidos en el espacio muestral debemos sumar las posibilidades, es decir, m + n formas siendo este el principio de adición o de la suma.

Destaca en este caso que ocurre A u ocurre B y que o indica suma.

38ª DIAPOSITIVA **Minuto: 35:28**

Para ver su aplicación suponemos que queremos cruzar un río y tenemos a nuestra disposición 3 botes y 4 barcos. Claramente el río o se cruza en bote o se cruza en barco por lo que tendremos 3+4=7 opciones diferentes para cruzar el río.

39ª DIAPOSITIVA **Minuto: 35:47**

Otro ejemplo sería el cálculo del espacio muestral de las pizzas que elabora un restaurante que oferta 2 tipos de masas, tradicional o especial, y cuenta en su carta con 4 variedades: hawaiana, de carne, vegetariana y americana.

¿Cuántas pizzas diferentes oferta el restaurante? 4+4=8

¿Qué probabilidad hay de que un cliente pida una pizza de carne con masa tradicional? 1/8 siendo 1 los casos favorables y 8 el número de posibilidades de pizzas diferentes.

40ª DIAPOSITIVA **Minuto: 36:23**

Muchas gracias por la atención.

Esperamos que la serie “Estadística para tod@s” sea un granito más para alcanzar una Universidad más inclusiva.