ESTADÍSTICA PARA TOD@S: ADAPTACIÓN A LA DIVERSIDAD FUNCIONAL

ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS: LA MEDIA ARITMÉTICA

UNIVERSIDAD PABLO DE OLAVIDE

ÁREA DE ESTADÍSTICA E IO

Autoras:

Nieves Aquino Llinares

Mª del Pilar Moreno Navarro

UNIVERSIDAD PABLO DE OLAVIDE

Año 2021

ISBN: 978-84-09-34304-1

Introducción

Esta publicación forma parte de un proyecto más ambicioso que se denomina ***Estadística para tod@s: adaptación a la diversidad funcional*** y a través del cual las autoras, conscientes de la falta de material específico en estadística adaptado a diversas discapacidades, quieren poner su granito de arena para alcanzar una universidad más inclusiva, con la realización de píldoras formativas y publicaciones de apoyo al estudio accesibles a diversas discapacidades. En concreto este anexo es un complemento al vídeo formativo sobre la media aritmética que las autoras han realizado adaptado a personas con discapacidad auditiva. Además, dicho anexo se encuentra traducido a Braille, estando el documento EDICO, disponible para su consulta en la ONCE. La cápsula docente puede visualizarse en el siguiente enlace:

Cápsula formativa: La Media Aritmética

1ª DIAPOSITIVA **Minuto: 00:10**

Esta píldora formativa pertenece a la serie “Estadística para tod@s: adaptación a la diversidad funcional”, cuyas autoras son Nieves Aquino Llinares y Mª del Pilar Moreno Navarro, profesoras del área de Estadística e Investigación Operativa de la Universidad Pablo de Olavide. Su objetivo es hacer una Universidad más inclusiva.

2ª DIAPOSITIVA **Minuto: 00:31**

Concretamente, en este vídeo hablaremos sobre la media aritmética, que es un estadístico descriptivo de posición central, muy utilizado en la vida diaria.

3ª DIAPOSITIVA **Minuto: 00:42**

La estadística descriptiva trata de organizar, sintetizar y describir un conjunto de datos a través de diferentes herramientas como las tablas de frecuencias, los gráficos y los estadísticos descriptivos. En concreto, la media aritmética que estudiamos a continuación es un estadístico descriptivo de centralización.

4ª DIAPOSITIVA **Minuto: 01:02**

La media aritmética, o más comúnmente llamada MEDIA, nos ofrece el promedio de los datos analizados. Su fórmula es sencilla pues se suman todos los valores obtenidos en la variable y luego se divide entre el total de observaciones (n).

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

5ª DIAPOSITIVA **Minuto: 01:20**

Un uso habitual es el cálculo de la nota media que se obtiene en una asignatura. En este ejemplo podemos observar cómo Mario ha realizado 6 pruebas de evaluación en la asignatura de estadística y ha obtenido un 6, un 3, un 8, un 7, un 5 y por último un 9. ¿Cómo procedemos a calcular la nota media que tiene

Mario en la asignatura? Se suman todas las notas y se divide entre el total de pruebas realizadas, es decir, entre 6, dando como nota media 6,3 puntos.

$$\bar{x} = \frac{6+3+8+7+5+9}{6} = \frac{38}{6} = 6,\hat{3}$$

6ª DIAPOSITIVA **Minuto: 01:51**

Entre las ventajas más notables de la media destaca su sencillez, que todos los valores de la variable intervienen en su cálculo, que tiene la misma unidad de medida que la variable estudiada y que es muy útil y representativa cuando los datos están concentrados con respecto a su valor.

En resumen:

- Su cálculo es sencillo e intervienen todos los valores de la distribución.
- Es conveniente cuando los datos se concentran simétricamente con respecto a ese valor.
- Se expresa en la misma unidad que la variable.

7ª DIAPOSITIVA **Minuto: 02:11**

Otras ventajas son, que es única, y podemos considerar a la media como el centro de gravedad de toda la distribución, por lo que es válida para representar a todos los valores observados.

En resumen:

- Es el centro de gravedad de toda la distribución, representando a todos los valores observados.
- Es única.

8ª DIAPOSITIVA **Minuto: 02:27**

Como principal inconveniente se encuentra que es muy sensible a valores extremos o atípicos, pues en su cálculo intervienen todos los valores obtenidos en las mediciones. Cuando esto ocurre, se aconseja utilizar la mediana o la media recortada, los cuales son estadísticos que no tiene en cuenta los valores atípicos o extremos. Otro inconveniente a tener en cuenta es que solo es válida para variables cuantitativas y no puede calcularse cuando la variable es cualitativa.

En resumen:

- No tiene sentido calcularla en variables cualitativas.
- Es muy sensible a valores extremos.

9ª DIAPOSITIVA **Minuto: 02:56**

Cuando los datos están agrupados, debemos calcular la media multiplicando cada valor por el n.º de veces que se repite, es decir, su frecuencia absoluta.

$$\bar{x} = \frac{\sum_i x_i n_i}{n}$$

A continuación, vemos un ejemplo sencillo.

10ª DIAPOSITIVA **Minuto: 03:10**

Un estudiante realiza 8 pruebas de evaluación y obtiene en cuatro de ellas un 5. En tres de las pruebas realizadas, obtiene una calificación de 7,5 puntos y en una de ellas un 10. ¿Qué nota media ha alcanzado el estudiante en la asignatura? Para calcular la media, en esta ocasión debemos tener en cuenta que los datos están agrupados, por lo que hay que multiplicar cada nota alcanzada por el n.º de veces que la obtiene y luego dividir todo por el n.º de pruebas que realiza, 8 en este caso.

$$\bar{x} = \frac{5 * 4 + 7{,}5 * 3 + 10 * 1}{8} = \frac{52{,}5}{8} = 6{,}56$$

En este ejemplo, el estudiante obtiene una calificación media de 6,56 puntos.

11ª DIAPOSITIVA **Minuto: 03:50**

Si los valores que toma la variable vienen expresados en intervalos de clase, su cálculo es similar a lo anterior, pero debemos tomar como valor de la variable, x_i, la marca de clase, que no es más que el punto medio del intervalo.

Esta marca de clase será el valor representativo de cada intervalo y se calcula sumando los extremos del intervalo y dividiéndolos entre 2.

Para calcular la media utilizamos la siguiente fórmula:

$$\bar{x} = \frac{\sum_i x_i n_i}{n}$$

donde xi es el punto medio de cada intervalo, es decir, la marca de clase.

12ª DIAPOSITIVA **Minuto: 04:16**

Entre las propiedades más importantes que tiene la media, es que toma un valor entre el mínimo y el máximo obtenido, luego si las posibles notas en una prueba se encuentran entre 0 y 10 puntos nunca podrá salir una nota media de 15 puntos. En este caso, habremos cometido un error de cálculo.

13ª DIAPOSITIVA **Minuto: 04:36**

Otra de las propiedades de la media aritmética es que es lineal, y esto significa que, si hacemos un cambio de origen y/o de escala en la variable medida, la media aritmética se ve afectada con el mismo cambio.

$$Y = a + bX \rightarrow \bar{y} = a + b\bar{x}$$

Es decir, ante un cambio de origen y escala la media aritmética se ve afectada en la misma proporción.

Como ejemplo, podemos señalar que, si queremos calcular la media de una nueva variable Y de la que sabemos que sus valores se han calculado multiplicando los valores de X por dos, la media aritmética de Y será el doble de la media aritmética de X.

$$Y = 2X \rightarrow \bar{y} = 2\bar{x}$$

14ª DIAPOSITIVA **Minuto: 05:10**

Otra de las propiedades importantes de la media es que las desviaciones de cada observación respecto a la media se van compensando, alcanzando la suma total de desviaciones el valor de cero.

$$\sum_i (x_i - \bar{x})n_i = 0$$

15ª DIAPOSITIVA **Minuto: 05:24**

Por norma general, todas las observaciones de la variable, x_i, tienen igual importancia, pero hay ocasiones en las que hay valores que tienen un mayor peso que otras, pensemos en la evaluación de una asignatura en la que la nota del último examen vale más que el resto. En estas ocasiones se calcula la MEDIA PONDERADA tomando en cuenta estos coeficientes de ponderación o pesos.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$$

16ª DIAPOSITIVA **Minuto: 05:48**

Un claro ejemplo de uso de la media ponderada es cuando tenemos varias pruebas de evaluación en una asignatura, pero no todas tienen el mismo peso sobre el total. En el ejemplo mostrado, Carmen se examina en tres evaluaciones y obtiene tres notas, pero no todas las evaluaciones tienen el mismo peso, ponderación o importancia sobre la nota final. En concreto la primera evaluación supone el 20% de la nota final y en ella Carmen obtienen un 6. La segunda evaluación supone el 30% sobre el total y en ella Carmen saca un 8. Por último, la tercera y última evaluación aporta el 50% a la nota final y en ella la alumna obtiene 5 puntos. ¿Cómo calculamos la nota media de Carmen? Mediante la media aritmética ponderada en la que cada nota es multiplicada por la importancia que tiene sobre el total. Todo ello sumado se divide entre la suma de los pesos que en este ejemplo es 100, pero puede que no sea así. Es decir, calculamos 6*20+8*30+5*50 y todo ello se divide entre la suma de los pesos 20+30+50 es decir, se divide entre100. Con los cálculos correspondientes se conoce que Carmen ha obtenido 6,1 puntos en la nota final de la asignatura.

$$\bar{x} = \frac{6 * 20 + 8 * 30 + 5 * 50}{100} = \frac{610}{100} = 6{,}1$$

17ª DIAPOSITIVA **Minuto: 07:18**

Si quieres aprender más con otros ejemplos, a continuación te presentamos tres vídeos demostrativos del cálculo de la media aritmética, según el tipo de datos: datos discretos, datos agrupados en intervalos y media aritmética ponderada.

VÍDEO CON DATOS DISCRETOS **Minuto: 07:36**

A continuación, vamos a estudiar un ejemplo donde se calcula la media aritmética cuando los datos son discretos, pero vienen agrupados en una tabla de frecuencias. En este caso, sabemos que la teoría nos dice que la media es el sumatorio de cada valor de la variable por su frecuencia dividido por el total de individuos que tenemos.

El ejemplo dice lo siguiente. Un analista de riesgos desea estudiar el n.º de partes de accidente que presentan al año sus clientes con el objeto de hacer una comparación con las aseguradoras de la competencia. Los datos de sus clientes analizados son los siguientes:

x_i = nº de partes de accidente	**n_i = nº de clientes**	**$x_i * n_i$**
0	132	0
1	60	60
2	36	72
3	12	36
	n = 240	**168**

En el ejemplo consideramos los datos que recoge un analista de riesgos sobre el n.º de partes de accidente, esta es la variable que queremos medir, que presentan los clientes de una cierta compañía de seguros durante un año.

En concreto, 132 clientes no presentaron ningún parte de accidente en el período estudiado, 60 clientes presentaron un parte, 36 clientes presentaron 2 partes, durante el año, y 12 clientes presentaron 3 partes anuales. El total de clientes analizados es de 240 clientes.

¿Cómo podemos calcular el n.º medio de partes que presentan los clientes de esta compañía de seguros en un año?

Para calcular la media, hacemos el sumatorio de cada valor por su frecuencia; es decir, 0 por 132, porque es el n.º de veces que se repite 0 partes, más 1 por 60, más 2 por 36, más 3 por 12. Todo ello hay que dividirlo por el total de individuos o clientes que estamos investigando, que son 240. Si realizamos los cálculos, es igual a 168 dividido entre 240, lo que nos da un total de 0,7 partes al año de media.

$$\bar{x} = \frac{\sum_i x_i n_i}{n} = \frac{0 * 132 + 1 * 60 + 2 * 36 + 3 * 12}{240} = \frac{168}{240} = 0{,}7$$

¿Qué podemos concluir? Que por término medio los clientes de esa compañía de seguros informan de 0,7 partes anuales.

VÍDEO CON DATOS AGRUPADOS EN INTERVALOS Minuto:10:17

En el siguiente ejemplo vamos a ver cómo se calcula la media aritmética cuando la variable que queremos analizar es cuantitativa continua y viene agrupada en intervalos. En este caso, la fórmula a utilizar es exactamente igual que si la variable fuese discreta, pero utilizando la marca de clase como valor de x_i, que es el punto medio de cada intervalo. Tenemos que calcular la media como el sumatorio de todos los valores multiplicados por su correspondiente frecuencia absoluta, y luego dividir dicha suma por el total de individuos que estamos investigando.

Para hacer una demostración de la media aritmética con este tipo de variables, vamos a estudiar los datos que se recogen en la siguiente tabla, que son los segundos que tardaron 35 nadadores en nadar 50 metros a estilo espalda en una piscina de 25 metros. En este ejemplo la variable que queremos analizar es el tiempo, en segundos, pero viene dado en intervalos.

x_i=marca de clase	Tiempo	Nº de nadadores (n_i)	x_i * n_i
23	[22 , 24]	7	161
26	(24 , 28]	12	312
29	(28 , 30]	10	290
31	(30 , 32]	6	186
		n = 35	**949**

Hay 7 nadadores que tardaron entre 22 y 24 segundos en nadar los 50 metros. 12 nadadores tardaron entre 24 y 28 segundos, 10 nadadores entre 28 y 30 segundos, y 6 nadadores entre 30 y 32 segundos.

Para aplicar esta fórmula, como tenemos intervalos, tenemos que ver un concepto nuevo, que es la marca de clase. La marca de clase va a ser ese valor representativo x_i que vamos a tomar para cada uno de los intervalos. En el primer intervalo, entre 22 y 24 segundos, la marca de clase x_1 es 23. ¿Cómo hemos calculado este 23? Pues lo que tenemos que hacer es sumar los extremos del intervalo, 22 y 24, y dividirlo entre 2 y vamos a obtener ese 23, que es el valor representativo o marca de clase del intervalo [22, 24]. Este valor lo calculamos para todos los intervalos. Por ejemplo, el intervalo (30,32] tiene una marca de clase de 31 resultado de sumar 30 más 32, es decir 62 y dividirlo entre 2.

Para calcular la media aritmética, lo que vamos a hacer es el sumatorio de cada valor, de cada x_i, de cada marca de clase, por el n.º de veces que se repite ese valor. En este caso, tenemos 23 por 7, más 26 por 12, más 29 por 10 y, por último, más 31 por 6. Todo esto lo tenemos que dividir entre el total de nadadores investigados, que son 35. Si hacemos los cálculos obtenemos un total de 949 dividido entre 35, con lo cual obtenemos un tiempo medio de 27,11 segundos.

$\bar{x} = \frac{\sum_i x_i n_i}{n} = \frac{23*7+26*12+29*10+31*6}{35} = \frac{949}{35} = 27{,}11.$

¿Cómo interpretamos este resultado? El tiempo medio que tardan los 35 nadadores en nadar 50 metros a estilo espalda es de 27,11 segundos.

VÍDEO CON MEDIA ARITMÉTICA PONDERADA Minuto:14:50

A través de este ejemplo sencillo vamos a comprobar cómo se calcula la media aritmética ponderada. En esta ocasión, tenemos los datos de un responsable de logística de un almacén informático que tiene que adquirir 150 microchips para llevar a cabo su producción. No puede comprar todos los microchips en un mismo país, con lo cual realiza tres compras: en China compra 50 microchips a un precio de 1,24€/unidad, en Pakistán compra 70 microchips al precio de 1,36€/unidad y en Rumanía compra otras 30 unidades a un precio de 1,59€/unidad.

País	**x_i = precio por unidad (en €)**	**w_i = nº de microchips comprados**	**$x_i * w_i$**
China	1,24	50	62,00
Pakistán	1,36	70	95,20
Rumanía	1,59	30	47,70
		150	**204,90**

El responsable de logística quiere calcular a qué precio medio ha comprado cada una de las unidades. Recordamos que la media ponderada es el sumatorio de cada valor de x_i por el peso de cada unidad y todo ello dividido por el sumatorio de los pesos. En esta ocasión queremos calcular el precio medio, por lo que el precio es la variable a la que queremos calcularle la media aritmética, pero no todas las unidades tienen el mismo precio, con lo cual en esta ocasión contamos con unos pesos o ponderaciones que vienen dados por el n.º de microchips comprados en cada país. Para calcular la media aritmética ponderada, lo que tenemos que calcular es el precio de cada unidad por el n.º de unidades que compro en cada país, es decir, por su peso o importancia en el total y hay que dividir por la suma de los pesos que en este caso es el total de unidades que se ha comprado.

Es decir, para calcular la media realizamos el siguiente cociente:

1,24*50 unidades que compró en China más 70*1,36 que compró en Pakistán más 1,59*30 que compró en Rumanía, dividido entre la suma de los pesos que no son más que 50+70+30.

Si realizamos los cálculos obtenemos en el numerador 204,90 y en el denominador 150, lo que resulta un precio medio unitario para cada microchip de 1,37 euros. Y esa sería la media aritmética ponderada.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} = \frac{1{,}24 * 50 + 1{,}36 * 70 + 1{,}59 * 30}{50 + 70 + 30} = \frac{204{,}90}{150} = 1{,}37$$

18ª DIAPOSITIVA **Minuto: 18:18**

Muchas gracias por la atención.

Esperamos que la serie “Estadística para tod@s” sea un granito más para alcanzar una Universidad más inclusiva.